

**Conceito de fração: da origem do conceito ao saber ensinado no trilhar do 5º ao 7º ano do ensino fundamental****Fraction concept : the concept of origin to know taught in tread of 5 to 7 year education fundamenta**

DOI:10.34117/bjdv6n9-695

Recebimento dos originais:08/08/2020

Aceitação para publicação:29/09/2020

**Antonio Sales**

Doutor em Educação

Instituição de atuação atual: Docente Sênior da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul e  
Docente da Universidade Para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal

Endereço :Av. Dom Antônio Barbosa, 4155 - Vila Santo Amaro, Campo Grande - MS, 79115-898

E-mail:profesales@hotmail.com

**Patrick Ramalho de Oliveira**

Mestre em Educação

Instituição de atuação atual: Coordenador Pedagógico da escola Sesi Campo Grande

Endereço :Avenida Marques de Pombal, 1888, bl 10, apto 311 - Bairro Tiradentes, Campo Grande  
- MS, 79041-080

E-mail: patrick\_matematica@hotmail.com

**RESUMO**

Neste trabalho apresentamos alguns conceitos oriundos da Didática Francesa, como um campo do saber e como uma área em que o principal objetivo é o ensinar. Desta forma, este trabalho tem por objetivo descrever o processo de Transposição Didática do conceito e as representações de fração desde a sua origem, e como estão apresentados no saber a ser ensinado, por meio da noosfera (programas curriculares de duas secretarias de educação do Estado de Mato Grosso do Sul e a coleção do livro didático adotado na escola em que o autor do presente artigo leciona a disciplina de Matemática). Trata-se de uma pesquisa bibliográfica, descritiva, norteada pela Teoria da Transposição Didática.

**Palavras-chave:** Educação, Transposição Didática, Fração.**ABSTRACT**

In this work we present some concepts imported from the French Didactic , as hum of Knowledge course and How One area que Goal director and teaching. Thus, this study aims to describe the Didactic Transposition process concept and as a fraction of representations from YOUR origin , and how they are presented without knowing one taught be through the noosphere ( curricular programs Two secretaries of State Education Mato Grosso do Sul and textbook Collection adopted the school in May the author of the present article teaches the discipline of Mathematics ) . This consists of a bibliographical research , descriptive , based on the Theory of Didactic Transposition .

**Keywords:** Education , Didactic Transposition , Fraction .

## 1 INTRODUÇÃO

Segundo Pais (2012), uma das questões centrais da Educação Matemática é o estudo do processo evolutivo pelo qual passa a formação do seu próprio objeto de estudo.

Nesse artigo, procuraremos analisar o processo de Transposição Didática do conceito de fração desde sua origem e seus diferentes conceitos adotados no saber escolar em três anos (séries) do Ensino Fundamental.

Mas antes de compreendermos essa teoria, destacamos uma diferença entre dois termos: saber e conhecimento: O saber, na linguagem usada no meio científico, é associada a um contexto científico histórico e cultural, sendo caracterizada por ser descontextualizada, em relação ao cotidiano, e despersonalizado por não conter informações sobre a trajetória da pesquisa. O conhecimento, por sua vez, diz respeito ao contexto mais individual e subjetivo, onde o sujeito tem uma experiência mais direta e pessoal, estando associado ao caráter experimental. Assim, neste trabalho nos deteremos no estudo do saber.

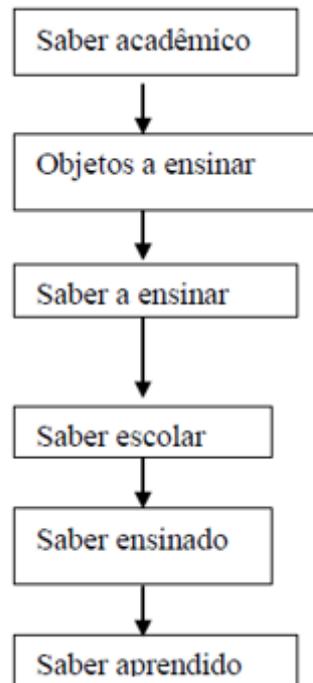
## 2 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

A Transposição Didática é uma teoria embasada nas ideias de Chevallard, mas possui suas complementações feitas por Brousseau (1986), Henry (1991), Arsac (1989), entre outros. Chevallard apresenta esse conceito da seguinte forma:

Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (CHEVALLARD, 1991, p. 39).

Portanto, a Transposição Didática é um “instrumento” pelo qual analisamos o movimento do saber sábio (aquele que os cientistas descobrem) para o saber a ensinar (aquele que está nos livros didáticos) e, por este, ao saber ensinado (aquele que realmente acontece em sala de aula). Para o autor, o modelo seguinte resume a Transposição Didática,

Figura 1: Modelo da Transposição Didática



Fonte: Adaptado de Chevallard (1991)

Ao observar todas as etapas da Transposição Didática, Chevallard (1991) destaca que o saber não chega à sala de aula tal qual ele foi produzido no contexto científico. Ele passa por um processo de transformação, que implica em lhe dar uma “roupagem didática” para que ele possa ser ensinado. Isso acontece porque o objetivo da comunidade científica é diferente do objetivo da escola.

Nesse elo de comunicação dos saberes, existem aqueles saberes que devem adentrar a sala de aula, sendo socializados nesta instituição e outros, não. Os saberes que se transformam em saber escolar têm por objetivo, como diz Brousseau (1986), fazer com que os alunos se apropriem de saberes constituídos ou em vias de constituição. É então que entra em cena a Transposição Didática. Esse processo diz respeito à passagem do saber de uma instituição à outra; passagem esta que imprime novas formas a esse saber, e que consiste em etapas distintas. O livro didático constitui-se então numa destas instituições.

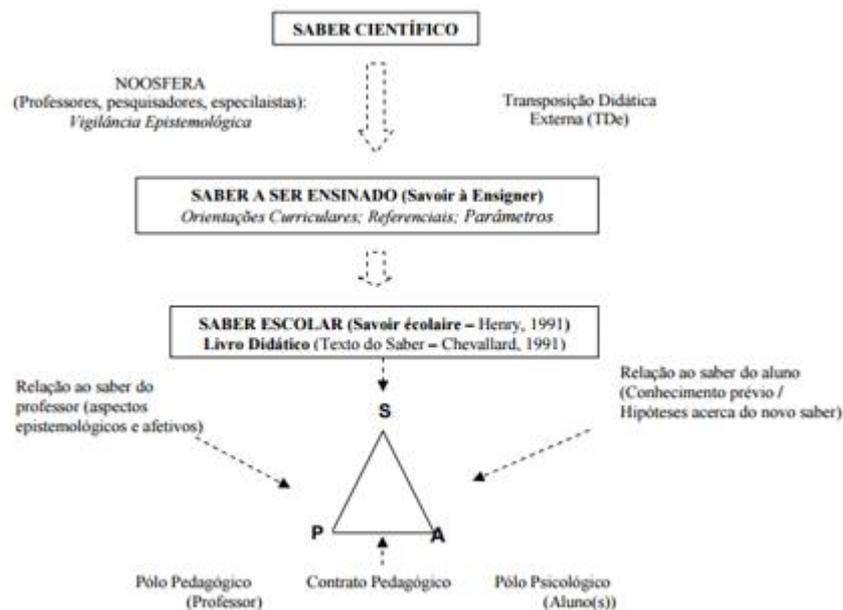
Chevallard (1991) elenca um conjunto de fontes de influências que atuam na seleção dos conteúdos que deverão compor os programas escolares e determinam o funcionamento do processo didático, ao qual ele denomina de nooesfera. Fazem parte desse conjunto os cientistas, professores, especialistas, políticos, autores de livros e outros agentes da educação.

Devemos levar em consideração, que a transformação do conhecimento científico com fins de ensino e divulgação não se constitui em uma simples adaptação ou uma simplificação do

conhecimento. Essas transformações podem ser analisadas na perspectiva de compreender a produção de novos saberes nesses processos. Chevallard (1991) também repensa nos mecanismos e nos interesses dos participantes desse processo – o professor e aluno.

Quando ocorre essa trajetória do saber: saber científico, saber a ser ensinado e saber ensinado (descreveremos sobre cada saber), ao chegar nesta última etapa, segundo Chevallard (1991), ocorre o trabalho interno de transposição, que tem no professor o responsável por esse novo momento de transformação. Nesse processo de transposição didática interna é o professor que vai transformar esse saber para os alunos, negociando com eles a sua gestão, os papéis que cada um deverá assumir, para que esse saber possa ser ensinado e aprendido (BRITO MENEZES, 2007). Neste sentido o professor imbui o saber a ser ensinado com seus aspectos particulares, subjetivos.

Figura 2: Esquema da trajetória do Saber na Transposição Didática



Fonte: Adaptado de Chevallard (1991)

Segundos Pais (2012), a definição que cada saber no decorrer da transposição didática, se resume da seguinte maneira:

**SABER CIENTÍFICO:** Está mais associado à vida acadêmica. Trata-se de um saber que, normalmente, é desenvolvido nas universidades ou institutos de pesquisas, mas que não está diretamente vinculado ao ensino médio e fundamental. O seu reconhecimento e a defesa de seus valores são particularmente sustentados por uma cultura científica e estão ainda vinculados a outras áreas de interesses (política, economia, tecnologia, entre outros).

**SABER A ENSINAR:** Trata-se de um saber ligado a uma forma didática que serve para apresentar o saber ao aluno. Na passagem do saber científico ao saber a ser ensinado ocorre a criação de um verdadeiro modelo teórico que ultrapassa os próprios limites do saber matemático. Assim, surgem os materiais de apoio pedagógico, que fornecem o essencial da intenção de ensino. Existe a predominância de uma teoria didática cuja finalidade está voltada para o trabalho do professor. Enquanto o saber científico é apresentado à comunidade científica por meios de artigos, teses, livros especializados e relatórios, o saber a ensinar limita-se quase sempre aos livros didáticos, programas e outros materiais de apoio.

**SABER ENSINADO:** É aquele registrado no plano de aula do professor e que, não necessariamente, coincide com aquela intenção prevista nos objetivos programados no nível do saber a ensinar. Coloca-se em evidência os desafios da realização prática de uma metodologia de ensino que, por sua vez, não pode ser dissociada da questão dos valores e do próprio objeto da aprendizagem. Também não há nenhuma garantia de que, no nível individual, o resultado de aprendizagem corresponda, exatamente, ao conteúdo ensinado. Pode-se chegar a informações bem distantes do saber científico e por essa razão, na prática educativa, o conteúdo não pode ser concebido apenas como uma simplificação do saber científico.

### **3 SABER MATEMÁTICO**

Em relação ao saber matemático que atualmente conhecemos e divulgamos em nossa prática docente, não foi construído de uma hora para outra, em um momento único e isolado. Foi construído ao longo da própria história da humanidade por necessidade de grupos sociais. Esses saberes sofreram ao longo dessa trajetória transformações, deformações e distorções. E a transposição didática tem sua importância quando nos referimos a especificidade do conhecimento matemático, sendo que nessa teoria há uma proposta da análise do saber matemático atrelado ao trabalho do matemático, do trabalho do professor de matemática e da atividade intelectual do aluno. Como sabemos que não há uma única forma de conceber as ideias matemáticas, existem abordagens distintas, tanto na prática científica como educativa.

Desta forma, Davis e Hersh (1985) observam três tendências filosóficas em relação aos fundamentos da matemática: platonismo, onde os objetos matemáticos dão ideias puras e acabadas, que existem num mundo não material e distante da que nos é dado pela realidade imediata; formalismo, onde a matemática consistiria em um certo jogo formal de símbolos envolvendo axiomas, definições e teoremas; construtivista se trata de uma concepção inexpressiva ante o platonismo e o formalismo.

Podemos notar que o formalismo e o platonismo predominam na prática científica e são posições extremas em relação ao problema de existência e da realidade das ideias matemáticas (PAIS, 2012). E em relação à prática educativa nos parece evidente de que não é possível a adoção exclusiva de uma dessas concepções, ficando aí o grande desafio do professor, que precisa buscar a sua superação por meio de uma abordagem dialética (debate onde há ideias diferentes, onde um posicionamento é defendido e contradito logo depois).

#### **4 FRAÇÕES: DA ORIGEM DE SEU CONCEITO AO SABER ESCOLAR**

É difícil precisar a origem da ideia de fração. Sabe-se a fração já era conhecida por vários povos na antiguidade. No entanto, os antigos não desenvolveram uma abordagem generalizada das frações.

No School Mathematics Study Group (SMSG), consta que:

Houve tempo em que homem não conhecia as frações. Historicamente, ele introduziu as frações quando começou a medir e a contar. Se ele dividia um pedaço de corda em duas partes de igual comprimento, cada parte tinha  $\frac{1}{2}$  do comprimento da corda inicial. (*apud* CENTURIÓN, 1995, p.222).

O conceito de fração como número, como uma quantidade, só apareceu tardiamente na história. Em 1582 com a ideia de Simón Stevin de representar as frações como números decimais indica que já se concebia fração como número, inclusive do sistema decimal (IFRAH, 2001).

[...] a noção de fração racional surgiu bem mais tarde, na Idade Moderna, e, em muitos casos, não estava relacionada com o sistema de número inteiro. Entre as tribos primitivas não havia a necessidade de usar frações, pois utilizavam unidades quantitativas pequenas. Dessa forma, a ideia de frações binárias para quinárias e para decimais não existiu na evolução histórica; aliás, as frações decimais foram essencialmente um produto da Idade Moderna da matemática e não do período primitivo. (CAMPO GRANDE, 2008, p. 82).

Dando continuidade na história da fração, descreveremos o uso de fração nos povos antigos, conforme relata DAVIS (1992). Os babilônios (2000 a.C.) já escreviam as frações. Elas eram escritas em forma posicional, como são as frações decimais de hoje. Mas segundo registros, não há qualquer indício de uma separatriz que correspondesse à vírgula decimal. Todavia, os denominadores não escritos eram sucessivas potências de sessenta, representando a base sexagesimal, utilizado por eles na época.

No papiro Rhind, contém o primeiro tratamento sistemático das frações unitárias.

As frações unitárias eram escritas com um símbolo de fração com o denominador embaixo. Em hieróglifos (escrita pictórica), a fração  $1/4$  era escrita como ,  $1/13$  como  e assim por diante. A fração  $2/3$  tinha um símbolo especial , e  $1/2$  às vezes se escrevia . Em escrita cursiva hierática indicava-se a fração unitária por um ponto ou símbolo, chamado *ro*, colocado sobre o denominador. (DAVIS, 1992, p.53)

Os gregos também usavam frações unitárias. Eram representadas escrevendo-se apenas o denominador com um acento simples ou duplo. Já os romanos utilizavam a fração em cálculos com moeda e em metrologia. Cada fração tinha um nome especial, e eles geralmente mantinham o denominador como uma constante, 12, provavelmente, porque sua moeda de cobre, *as*, era dividida em 12 *unciae*. (DAVIS, 1992, destaque do autor).

A maneira de escrever fração como conhecemos atualmente, parece ter-se originado com os hindus, tendo sua derivação dos gregos. Já o uso das frações decimais foi impulsionado por Simon Stevin em 1585. Mas o uso da vírgula decimal só passou a ser universalmente usada no século XVIII. Esse autor escrevia 5,912 como

$$\begin{array}{r} 0.123 \\ 5.912 \end{array}$$

Várias sugestões foram feitas para se separarem as partes inteira e fracionária de um numeral. Alguns autores escreviam  $75/321$ , outros  $75^{321}$ , e outros ainda 75,321. Mesmo anos depois, não existe uma forma universal aceita para a separatriz decimal. Hoje os americanos utilizam a notação 3.23, enquanto os ingleses escrevem 3·25 e os alemães e franceses 3,25.

Davis (1992, p. 54) informa que “A palavra árabe que designa fração, *al-kasr*, é derivada do verbo cujo significado é “quebrar”. As forma latinas *fractio* e *minutun ruptus* eram traduzidas por antigos autores da língua inglesa como *broken numbers* (*números quebrados*). (Destques do autor).

Analisando alguns manuais didáticos da educação básica, percebe-se os diferentes conceitos e representações das frações no decorrer desta etapa de ensino. Um desses manuais é os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, ano) (), que possui volumes para cada etapa do ensino, volumes para cada disciplina e volumes com temas transversais. No volume do componente curricular de Matemática, o documento relata que os números racionais devem ser abordados com o foco em levar os alunos a perceberem que os números naturais são insuficientes para resolver determinados problemas, mostrando a ideia de que o número racional é relacionada à divisão entre dois números inteiros, excluindo o denominador como zero. O professor ao associar esse conjunto

no contexto diário, percebe que esse contexto está mais presente no cotidiano na representação decimal (número com vírgula) do que na forma fracionária. Podemos perceber tal fato principalmente com o uso de calculadoras. Mas notamos essa representação também ao referirmos ao sistema monetário e aos sistemas de medidas. (BRASIL, 1997).

Mas voltando ao assunto sobre as frações, essa representação é bem menos frequente na vida cotidiano dos alunos, limitando-se a metade, terços, quartos e mais pela vida da linguagem oral do que das representações. O que mais se utiliza para representar a fração no cotidiano se recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo como exemplo as divisões de um chocolate ou de uma pizza em partes iguais. Sendo que a fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes.

Neste documento oficial, as frações são definidas por outros contextos, como o quociente de um número natural por outro  $a/b; b \neq 0$ ; ou é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza; ou como possibilidades, por exemplo realizar um sorteio de uma bola verde em uma caixa que possui várias bolas coloridas; ou em trabalhos com escalas em mapas ou até mesmo na exploração da porcentagem. E por fim a fração como operador. (BRASIL, 1997).

Fica nítida a visualização dessas diferentes representações do conceito de fração ao observar a ementa de conteúdos que abordam esse conteúdo, nos 5º, 6º, 7º ano do Ensino Fundamental, tendo como base o referencial curricular da SEMED (Secretaria Municipal de Educação de Campo Grande/MS) e SED (Secretaria Estadual de Educação do estado de Mato Grosso do Sul).

Conteúdos Propostos sobre o Conceito de fração – SEMED

5º ano	6º ano	7º ano
-números racionais na forma fracionária e decimal; - frações equivalentes; -situações - problema englobando os diferentes significados das frações (parte-todo, quociente, razão); -comparação e ordenação dos números fracionários; - adição e subtração com números racionais forma fracionária;	-números Racionais na forma fracionária; - operações com números fracionários; -situações-problema envolvendo números fracionários e números decimais e porcentagem;	-operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação); -comparação e ordenação dos números racionais; -sucessor e antecessor dos números racionais; -situações -problema envolvendo as operações com números decimais;

Conteúdos Propostos sobre o Conceito de fração – SED

5º ano	6º ano	7º ano
-Números racionais (frações, números mistos, frações equivalentes; simplificação de frações; frações irredutíveis; frações decimais; porcentagem; reta numérica; relação entre fração decimal e o número decimal; adição e subtração de frações com o mesmo denominador ou com denominadores diferentes utilizando frações equivalentes.	- Números racionais (fração equivalente; simplificação de fração; números mistos; adição, subtração, multiplicação e divisão com números racionais positivos nas formas decimais e fracionárias; Porcentagem e representação fracionária e decimal.	- Adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação com números racionais.

Em posse dessa ementa das representações do conceito de fração no trilhar desses três anos do ensino fundamental, fomos analisar as representações de frações, na coleção “Praticando Matemática”, coleção utilizada na escola em que trabalho como professor de Matemática.

Nessa escola, possui somente as etapas do Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio, por essa razão não temos livros de Matemática do 5º ano, não podendo ser analisada as representações de frações na coleção.

No livro do 6º ano, os autores<sup>1</sup> retratam em três unidades sobre os números racionais. Na décima primeira unidade do livro, encontram-se os conteúdos sobre frações (inteiro e parte do inteiro, frações de uma quantidade, números mistos e frações impróprias, frações equivalentes, comparação de frações, operações com frações, inversa de uma fração, potenciação e raiz quadrada de frações). Na décima segunda unidade do livro, encontram-se os conteúdos sobre números decimais (notação decimal, registro de medidas, números decimais na forma de fração; comparando números decimais, adição, subtração, multiplicação e divisão de números decimais). Na décima terceira unidade do livro, encontram-se os conteúdos sobre porcentagem (definição, cálculos e representações decimais).

No livro do 7º ano, os autores retratam em três unidades a abordagem de números racionais. Na segunda unidade do livro, encontra-se os conteúdos sobre frações e números decimais (fração/divisão, frações equivalentes, frações e números decimais na reta numérica, potenciação e raiz quadrada de números decimais). Na quarta unidade a abordagem é sobre proporcionalidade (escalas, plantas, mapas, razões). Por fim na quinta unidade é abordado sobre razões e porcentagens (representação, cálculos de porcentagem, enfatizando a parte para o todo).

<sup>1</sup> Os autores dessa coleção são Álvaro Andrini, licenciado em Matemática, pós-graduado em álgebra linear e equações diferenciais, professor de Matemática por mais de trinta anos na rede estadual e Maria José Vasconcellos, licenciada em Matemática, coordenadora e professora de Matemática em redes particulares.

Podemos notar que a fração nos três anos escolares, segundo a ementa curricular das duas secretarias de educação e o livro didático adotado, é abordada nas suas diferentes representações (número fracionário, número decimal, porcentagem, proporcionalidade). Mas percebe-se que no 5º e 6º ano do Ensino Fundamental esse conceito é apresentado como representação de uma parte do todo (muitas vezes representadas por chocolate, pizza, entre outros) e no 7º ano essa representação não aparece, utilizando-se as operações básicas envolvendo as frações. Desta forma é permitido entender que, conforme abordagem do professor pode-se levar o aluno a compreender que as representações do cotidiano desse conceito é apenas para assimilar o conceito de fração e que para as operações envolvendo-as não tem significado algum com essa representação no dia-a-dia.

## **5 CONSIDERAÇÃO FINAIS**

Podemos perceber o processo de transposição didática, ao observar o conceito e as representações de frações na antiguidade e como chega no saber a ensinar e em consequência como chegará no saber ensinado.

Na história vimos que a fração era utilizada como medida, como exemplo nós em cordas em certas distâncias de um nó ao outro, e que no saber a ensinar e no saber ensinado uma das representações do uso da fração é como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza.

Alguns símbolos como o traço da fração e até mesmo a vírgula do número decimal, durante certo tempo não eram utilizadas, e hoje mesmo tendo esses símbolos, eles variam suas representações em certas localidades mundiais, sendo interessante contextualizar essas diferenças com a representação que utilizamos em nosso país.

Para os romanos as frações eram utilizadas em cálculos de moedas, hoje relacionamos aos números decimais, associando aos sistema monetário.

Desta forma, conforme os anos escolares abordados nesse texto, a fração passa por diferentes representações, sendo que ela é a representação da parte de um todos (de um ou mais inteiros), podendo considerá-la como uma representação de quantidade, ou seja, uma representação numérica, e com ela podemos efetuar todas as operações como: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação. Dessa forma, toda fração pode ser representada em uma reta numerada.

Por ser uma forma diferente de representação numérica, a fração irá possuir uma nomenclatura específica e poderá ser escrita em forma de porcentagem, números decimais (números com vírgula) e números mistos.

Assim, podemos concluir que o surgimento do número fracionário veio da necessidade de representar quantidades menores que inteiros, por exemplo, 1 bolo é um inteiro, mas se comermos um pedaço, qual seria a representação numérica que esse pedaço e o resto do bolo representaria? Foi a necessidade de criar uma representação numérica para as partes de um inteiro que proporcionou o surgimento dos números fracionários.

Para finalizar, destacamos que para a compreensão e uso das frações em certas civilizações, esse ocorrido demandava tempo. E hoje, um aluno inserido na educação básica, precisa compreender toda essa trajetória (histórica, a fração como parte de um todo, a fração como representação numérica e as operações com frações) em três anos seguidos. Será que a lacuna que os alunos possuem em relação aos números fracionários, não está associado a esse contexto? Uma demanda de conceitos e representações diferentes em um curto período de tempo.

**REFERÊNCIAS**

- BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRITO MENEZES, A.P.A.. Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6ª Série do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado não publicada, UFPE, 2006.
- CAMPO GRANDE, Referencial Curricular da Rede Municipal de Ensino: 3º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Secretaria Municipal de Educação – Campo Grande, 2008.
- CENTURIÓN, Marília. Conteúdo e Metodologia da Matemática: números operações. São Paulo: Scipione, 1995 (Série Didática-Classes de Magistério).
- CHEVALLARD, Y. La Transposition Didactique: Du Savoir Savant au Savoir Ensigné. Grenoble, La pensée Sauvage. (1991)
- DAVIS, Philip; HERSH, Reuben. A experiência matemática. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.
- DAVIS, Harold T. História da Computação. São Paulo: Atual 1992.(Tópicos da História da Matemática para Uso em Sala de Aula, v.2).
- IFRAH, Georges. Os números: a história de uma grande invenção. 2. ed. Rio de Janeiro: Globo, 2001.
- MATO GROSSO DO SUL, Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do sul: Ensino Fundamental. Secretaria Estadual de Educação – Campo Grande, 2012.
- PAIS, Luiz Carlos. Transposição Didática. In:MACHADO, Silvia Alcântara (org.). Educação Matemática: uma (nova) introdução.3.ed. São Paulo: EDUC, 2012.